

# Logik SS2012 - Übungsblatt 4

Malvin Gattinger

## Aufgabe 1

a)

1.  $\neg((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p))$  (A)
2.  $\neg p \rightarrow \neg q$  (1)
3.  $\neg(q \rightarrow p)$  (1)
4.  $q$  (3)
5.  $\neg p$  (3)
6.  $p$  7.  $\neg q$  (2)
- $X$   $X$

Der negierte Satz liefert ausschließlich Widersprüche, d.h. er ist eine Kontradiktion. Der ursprüngliche, nicht-negierte Satz ist also eine Tautologie.

b)

1.  $\neg((\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg r))$  (A)
2.  $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$  (1)
3.  $\neg(\neg p \rightarrow \neg r)$  (1)
4.  $\neg p \rightarrow q$  (2)
5.  $q \rightarrow r$  (2)
6.  $\neg p$  (3)
7.  $r$  (3)
8.  $p$  9.  $q$  (4)
- $X$  10.  $\neg q$  11.  $r$  (5)
- $X$  ?

Der Baum bleibt offen, der negierte Satz ist also keine Kontradiktion. Der ursprüngliche, nicht-negierte Satz ist also keine Tautologie.

c)

Das Argument  $\neg p \rightarrow q, q \rightarrow r \models \neg p \rightarrow \neg r$  ist gültig, genau dann wenn der Satz  $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg r)$  logisch wahr ist.

1.  $\neg((\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg r))$  (A)
2.  $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$  (1)
3.  $\neg(\neg p \rightarrow \neg r)$  (1)
4.  $\neg p \rightarrow q$  (2)
5.  $q \rightarrow r$  (2)
6.  $\neg p$  (3)
7.  $r$  (3)
8.  $p$  9.  $q$  (4)
- $X$  10.  $\neg q$  11.  $r$  (5)
- $X$

Der negierte Satz führt nicht ausschließlich zu Widersprüchen, ist also keine Kontradiktion. Der ursprüngliche, nicht-negierte Satz ist daher keine Tautologie und das Argument somit ungültig.

## Aufgabe 2

a)  $p, q \vdash p \wedge q$

- |      |     |                   |                 |
|------|-----|-------------------|-----------------|
| 1    | (1) | $p$               | $A$             |
| 2    | (2) | $\neg q$          | $A$             |
| 1, 2 | (3) | $p \wedge \neg q$ | $1, 2 \wedge I$ |

b)  $p \vee q, \neg q \vee r, \neg p \vdash r$

- |         |     |                 |               |
|---------|-----|-----------------|---------------|
| 1       | (1) | $p \vee q$      | $A$           |
| 2       | (2) | $\neg q \vee r$ | $A$           |
| 3       | (3) | $\neg p$        | $A$           |
| 1, 3    | (4) | $q$             | $1, 3 \vee E$ |
| 1, 2, 3 | (5) | $r$             | $2, 4 \vee E$ |

c)  $\neg p \leftrightarrow q, \neg q \vee r \vdash \neg p \rightarrow r$

- |         |     |                            |                       |
|---------|-----|----------------------------|-----------------------|
| 1       | (1) | $\neg p \leftrightarrow q$ | $A$                   |
| 2       | (2) | $\neg p$                   | $A$                   |
| 3       | (3) | $\neg q \vee r$            | $A$                   |
| 1       | (4) | $\neg p \rightarrow q$     | $1 \leftrightarrow E$ |
| 1, 2    | (5) | $q$                        | $2, 4 \rightarrow E$  |
| 1, 2, 3 | (6) | $r$                        | $3, 5 \vee E$         |
| 1, 3    | (7) | $\neg p \rightarrow r$     | $6 \rightarrow I(2)$  |