

Logik SS2011 - Übungsblatt 8

Malvin Gattinger

Aufgabe 1

a) „Alle Hunde sind Säugetiere.“

$F^1\alpha$: α ist ein Hund.

$G^1\alpha$: α ist ein Säugetier

$$\forall x(F^1x \rightarrow G^1x)$$

b) „Einige Haifische sind ovovivipar.“

$F^1\alpha$: α ist ein Haifisch.

$G^1\alpha$: α ist ovovivipar.

$$\exists x(F^1x \wedge G^1x)$$

c) „Einige Haifische sind pelagische Fische, aber nicht alle pelagischen Fische sind Haifische.“

$F^1\alpha$: α ist ein Haifisch.

$G^1\alpha$: α ist ein pelagischer Fisch.

$$\exists x(F^1x \wedge G^1x) \wedge \neg\forall x(G^1x \rightarrow F^1x)$$

Aufgabe 2

(a) $\forall xF^2ax$ ist eine Instanz von (a)

(b) $\exists x(F^2xa \wedge \forall yG^3yxa)$ ist eine Instanz von (f) und von (i).

(c) $\exists xF^2ax$

(d) F^2ab ist eine Instanz von (a) und von (v).

(e) $\exists y\forall xF^2yx$

(f) $\exists z\exists x(F^2xz \wedge \forall yG^3yxa)$

(g) $\forall x\forall yF^2xy$

(h) $\forall x F^2 x a$

(i) $\exists z \exists x (F^2 x z \wedge \forall y G^3 y x z)$

(j) $F^2 b a \wedge \forall y G^3 y b a$ ist eine Instanz von (b).

Aufgabe 3

(a) $\exists x (Gx \wedge \neg Fx), \forall x (Gx \rightarrow \neg Hx) \vdash \exists x (Hx \wedge \neg Fx)$

1	(1)	$\exists x (Gx \wedge \neg Fx)$	A
2	(2)	$\forall x (Gx \rightarrow \neg Hx)$	A
3	(3)	$Ga \wedge \neg Fa$	A
3	(4)	Ga	$3 \wedge E$
3	(5)	$\neg Fa$	$3 \wedge E$
2	(6)	$Ga \rightarrow Ha$	$2 \forall E$
2, 3	(7)	Ha	$4, 6 \rightarrow E$
2, 3	(8)	$Ha \wedge \neg Fa$	$5, 7 \wedge I$
2, 3	(9)	$\exists x (Hx \wedge \neg Fx)$	$8 \exists I$
1, 2	(10)	$\exists x (Hx \wedge \neg Fx)$	$1, 9 \exists E(3)$

(b) $\forall x (Px \rightarrow q) \vdash \exists x Px \rightarrow q$

\vdash :

1	(1)	$\forall x (Px \rightarrow q)$	A
2	(2)	$\exists x Px$	A
3	(3)	Pa	A
1	(4)	$Pa \rightarrow q$	$1 \forall E$
1, 3	(5)	q	$3, 4 \rightarrow E$
1, 2	(6)	q	$1, 5 \exists E(3)$
1	(7)	$\exists x Px \rightarrow q$	$6 \rightarrow I(2)$

\vdash :

1	(1)	$\exists x Px \rightarrow q$	A
2	(2)	Pa	A
2	(3)	$\exists x Px$	$2 \exists I$
1, 2	(4)	q	$1, 3 \rightarrow E$
1	(5)	$Pa \rightarrow q$	$5 \rightarrow I(2)$
1	(6)	$\forall x (Px \rightarrow q)$	$5 \forall I$