

Logik SS2011 - Übungsblatt 4

Malvin Gattinger

Aufgabe 1

a)

1. $\neg((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p))$ (A)
 2. $\neg p \rightarrow \neg q$ (1)
 3. $\neg(q \rightarrow p)$ (1)
 4. q (3)
 5. $\neg p$ (3)
 6. p (2)
 7. $\neg q$ (2)
- X X

Der negierte Satz liefert ausschließlich Widersprüche, d.h er ist eine Kontradiktion. Der ursprüngliche, nicht-negierte Satz ist also eine Tautologie.

b)

1. $\neg((\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg r))$ (A)
2. $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ (1)
3. $\neg(\neg p \rightarrow \neg r)$ (1)
4. $\neg p \rightarrow q$ (2)
5. $q \rightarrow r$ (2)
6. $\neg p$ (3)
7. r (3)

8. p (4)
 9. q (4)
 10. $\neg q$ (5)
 11. r (5)
- X X ?

Der Baum bleibt offen, der negierte Satz ist also keine Kontradiktion. Der ursprüngliche, nicht-negierte Satz ist also keine Tautologie.

c)

Das Argument $\neg p \rightarrow q, q \rightarrow r \models \neg p \rightarrow \neg r$ ist gültig, genau dann wenn der Satz $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg r)$ logisch wahr ist.

1. $\neg((\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg r))$ (A)
2. $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ (1)
3. $\neg(\neg p \rightarrow \neg r)$ (1)
4. $\neg p \rightarrow q$ (2)
5. $q \rightarrow r$ (2)
6. $\neg p$ (3)
7. r (3)

8. p (4)
 9. q (4)
 10. $\neg q$ (5)
 11. r (5)
- X X

Der negierte Satz führt nicht ausschließlich zu Widersprüchen, ist also keine Kontradiktion. Der ursprüngliche, nicht-negierte Satz ist daher keine Tautologie und das Argument somit ungültig.

Aufgabe 2

a) $p, q \vdash p \wedge q$

1 (1) p A

2 (2) $\neg q$ A

1,2 (3) $p \wedge \neg q$ $1,2 \wedge I$

b) $p \vee q, \neg q \vee r, \neg p \vdash r$

1 (1) $p \vee q$ A

2 (2) $\neg q \vee r$ A

3 (3) $\neg p$ A

1,3 (4) q $1,3 \vee E$

1,2,3 (5) r $2,4 \vee E$

c) $\neg p \leftrightarrow q, \neg q \vee r \vdash \neg p \rightarrow r$

1 (1) $\neg p \leftrightarrow q$ A

2 (2) $\neg p$ A

3 (3) $\neg q \vee r$ A

1 (4) $\neg p \rightarrow q$ $1 \leftrightarrow E$

1,2 (5) q $2,4 \rightarrow E$

1,2,3 (6) r $3,5 \vee E$

1,3 (7) $\neg p \rightarrow r$ $6 \rightarrow I(2)$