Logik SS2011 - Übungsblatt 3

Malvin Gattinger

Aufgabe 1

a)

p	q	$\neg p$	$\neg p \lor q$	$p \lor (\neg p \lor q)$
W	W	F	W	W
W	F	F	F	W
F	W	W	W	W
F	F	W	W	W

b)

p	q	$(p \land q)$	$\neg(p \land q)$	$\neg(p \land q) \lor p$
W	W	W	F	W
W	F	F	W	W
F	W	F	W	W
F	F	F	W	W

c)

p	q	$(p \to q)$	$\neg(p \to q)$	$\neg(p \to q) \to p$
W	W	W	F	W
W	F	F	W	W
F	W	W	F	W
F	F	W	F	W

d)

p	q	$p \land q$	$(p \land q) \leftrightarrow q$	$q \to p$	$(p \land q \leftrightarrow q) \to (q \to p)$
W	W	W	W	W	W
W	F	F	W	W	W
F	W	F	F	F	W
F	F	F	W	W	W

e)

p	q	r	s	$(p \wedge q)$	$\vee$	$(r \wedge s)$	$\rightarrow$	$(p \wedge r)$	$\vee$	$(q \wedge s)$
W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W
W	W	W	F	W	W	F	W	W	W	F
W	W	F	W	W	W	F	W	F	W	W
W	W	F	F	W	W	F	F	F	F	F
W	F	W	W	F	W	W	W	W	W	F
W	F	W	F	F	F	F	W	W	W	F
W	F	F	W	F	F	F	W	F	F	F
W	F	F	F	F	F	F	W	F	F	F
F	W	W	W	F	W	W	W	F	W	W
F	W	W	F	F	F	F	W	F	F	F
F	W	F	W	F	F	F	W	F	F	W
F	W	F	F	F	F	F	W	F	F	F
F	F	W	W	F	W	W	F	F	F	F
F	F	W	F	F	F	F	W	F	F	F
F	F	F	W	F	F	F	W	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	W	F	F	F
					$\hookrightarrow$		$\Uparrow$		$\hookleftarrow$	

Aufgabe 2

Konjunktive Normalform:

$$(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge$$

Disjunktive Normalform:

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$$

Aufgabe 3

Vorbemerkung:
Die Bindungsstärke der Junktoren ist in absteigender Reihenfolge von links nach rechts:

$$\begin{array}{cccc} & \wedge & & \\ \neg & & \rightarrow & \leftrightarrow \\ & \vee & & \end{array}$$

(Konjunktion und Disjunktion binden gleich stark.)

Junktoren die stärker binden „ziehen den Elementarsatz stärker zu sich“. Beispiel: Im Satz $\neg p \vee q$ streiten sich $\neg$ und $\vee$ um das p. Da $\neg$ stärker bindet als $\vee$, gewinnt es den Streit und die hier weggelassenen Klammern wären $(\neg p) \vee q$.

Lösung der Aufgabe:
a) $\neg p \leftrightarrow \neg q \vee r$ ist eindeutig. Die weggelassenen Klammerungen sind $(\neg p) \leftrightarrow ((\neg q) \vee r)$.
b) $p \wedge q \rightarrow r \leftrightarrow s$ ist eindeutig. Die weggelassenen Klammerungen sind $(((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow s)$.
c) $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow s$ ist ambig, da alle Konditionale gleich stark binden. Mögliche Klammerungen wären zum Beispiel $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)$ oder $p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s))$. Diese Sätze sind jedoch nicht logisch äquivalent.

Aufgabe 4

a) $p \rightarrow q, \neg q \models \neg p$ ist gültig, genau dann wenn $(p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$ logisch wahr ist.

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow q \wedge \neg q$	$\neg p$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
W	W	W	F	F	F	W
W	F	F	W	F	F	W
F	W	W	F	F	W	W
F	F	W	W	W	W	W

Dieser Satz ist logisch wahr und das Argument daher gültig.

b) Das Argument $p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q \models \neg p$ ist gültig, genau dann wenn der Satz $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p$ logisch wahr ist.

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$	$\neg p$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p$
W	W	W	F	F	F	F	W
W	F	F	W	W	F	F	W
F	W	W	F	W	W	W	W
F	F	W	W	W	W	W	W

Dieser Satz ist logisch wahr und das Argument daher gültig.

c) Das Argument $p \rightarrow (q \rightarrow r), p \rightarrow q \models p \rightarrow r$ ist gültig, genau dann wenn der Satz $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ logisch wahr ist.

p	q	r	$(p$	$\rightarrow$	$(q \rightarrow r))$	$\wedge$	$(p \rightarrow q)$	$\rightarrow$	$(p \rightarrow r)$
W	W	W		W	W	W	W	W	W
W	W	F		F	F	F	W	W	F
W	F	W		W	W	F	F	W	W
W	F	F		W	W	F	F	W	F
F	W	W		W	W	W	W	W	W
F	W	F		W	F	W	W	W	W
F	F	W		W	W	W	W	W	W
F	F	F		W	W	W	W	W	W
						$\hookrightarrow$		$\Uparrow$	$\hookleftarrow$

Dieser Satz ist logisch wahr und das Argument daher gültig.